

Valoración del aprendizaje matemático significativo en la etapa básica de las carreras de Física, Matemáticas Aplicadas y Ciencias Computacionales

Gloria Elena Rubí Vázquez

Universidad Autónoma de Baja California

grubi@uabc.edu.mx

Adina Jordan Arámburo

Universidad Autónoma de Baja California

adinaja@uabc.edu.mx

Resumen

Las licenciaturas de Ciencias Computacionales, Física y Matemáticas Aplicadas de la Facultad de Ciencias de la Universidad Autónoma de Baja California (UABC), comparten el Tronco Común en el primer semestre y unidades de aprendizaje (ua) como Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Álgebra Lineal y Ecuaciones diferenciales ordinarias, entre otras, del segundo al cuarto semestre. Aunque no hay seriación obligatoria, si está indicada una muy recomendable, con el fin de que al cursar cada materia los estudiantes tengan los conocimientos previos pertinentes.

En este trabajo se presentan algunos resultados obtenidos por una dupla de investigación que se ha dado a la tarea de trabajar, en el mayor grado posible, con el mismo grupo de estudiantes del segundo al cuarto semestres. El objetivo de esta estrategia es hacer un seguimiento personalizado de cada estudiante para tratar de apoyarlos en los percances, fallas, errores o deficiencias detectadas en su desempeño académico durante un lapso considerable (tres semestres).

Esta estrategia impedirá que los estudiantes argumenten con frases como: “esto no lo vimos

con el otro profesor”; tampoco el docente podría quejarse aduciendo –no están bien preparados, no traen bases suficientes-.

Palabras clave: valoración aprendizaje significativo, errores, actitudes, ...

Introducción

Se ha observado que los alumnos que ingresan a la licenciatura en la Facultad de Ciencias (FC) adolecen de una gama amplia de conocimientos básicos en el área de matemáticas, a pesar de haber acreditado el plan de estudios de los diferentes sistemas de educación media superior, en los que asignaturas como álgebra básica, estadística, trigonometría, geometría e inclusive geometría analítica y cálculo de una variable, forman parte del currículum. Dado que es un problema persistente (por más de 20 años y tres modificaciones en los planes de estudios de la FC), las academias han establecido diferentes estrategias remediales, siendo la última la implementación del curso Introducción a las Matemáticas (IM), cuyo objetivo era el de “nivelar” al los estudiantes en dichos conocimientos, ya que son parte de los requisitos de ingreso.

A pesar de que los alumnos acreditan dicha unidad de aprendizaje (ua), y "pasan" a la etapa básica, al cursar Cálculo Diferencial y Álgebra Lineal, denotan bajo e incluso nulo manejo de conceptos que se supone “reforzaron o aprendieron” en IM, inclusive jóvenes que obtuvieron calificaciones altamente satisfactorias. Esta situación es evidencia de que el aprendizaje en IM no fue significativo, como no lo fueron las materias de matemáticas de la preparatoria.

La misma situación se ha reportado en el tránsito al tercer semestre, por ejemplo en el caso de Cálculo Diferencial (cursada en segundo semestre), los alumnos muestran francas deficiencias de esta materia cuando llegan a Cálculo Integral (y métodos numéricos) y luego, cuando cursan cálculo multivariado y Ecuaciones diferenciales (cuarto semestre).

Dicha problemática genera la necesidad de una evaluación integral del modo en que los alumnos están adquiriendo los conocimientos, valorar si están generando las conexiones pertinentes y necesarias entre los contenidos de una subsecuentes ligadas a Introducción a las Matemáticas, en primera instancia, y posteriormente en Cálculo Diferencial (CD), Cálculo Integral (CI), Algebra Lineal (AL) y Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO), entre otras.

La valoración del aprendizaje matemático significativo pretende establecer si los estudiantes que ya han pasado por cuatro semestres de las carreras de Ciencias Computacionales (CC), Física (F) y Matemáticas Aplicadas (MA) pueden analizar y resolver problemas complejos dentro de sus mismas disciplinas, si son capaces de encontrar, evaluar y usar apropiadamente los recursos de aprendizaje, si demuestran habilidades de comunicación efectiva y si son capaces de usar sus conocimiento y sus habilidades intelectuales para un aprendizaje continuo.

En este trabajo se presentan resultados del desempeño obtenido por un conjunto de alumnos en las asignaturas de Cálculo Diferencial y Cálculo Integral de una variable real después de haber cursado y aprobado IM.

Marco teórico

Para lograr un aprendizaje significativo se requiere que el alumno lleve a cabo diversas actividades para establecer relaciones entre lo nuevo y lo que ya sabe, es decir, matizar, reformular, diferenciar, descubrir, ordenar, clasificar, jerarquizar, relacionar, integrar, resolver problemas, comprender un texto, etcétera.

El estudio de los errores en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es de gran relevancia porque, entre otras cosas, nos permite conocer la naturaleza de nociones matemáticas fundamentales. En este sentido, utilizaremos los errores como punto de partida para la exploración del razonamiento matemático inductivo, entendiendo por error el desacierto o equivocación en cierta cosa.

Clasificación de los errores desde el punto de vista del procesamiento de la información:

- Errores debidos a dificultades de lenguaje.
- Errores debidos a dificultades para obtener la información espacial.
- Errores debidos a un aprendizaje deficiente de destrezas, hechos y conceptos previos.
- Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento.
- Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes.

El observar la actitud se logrará establecer si los estudiantes presentan cierta predisposición ante retos matemáticos que se refleja en su desempeño académico. Distinguir la actitud como una predisposición psicológica de comportarse de manera favorable o desfavorable frente a una entidad particular. Percatarse si la persona hace una evaluación positiva hacia un determinado objeto y entonces su actitud hacia dicho objeto es positiva o favorable, por lo que se espera que sus manifestaciones de conducta sean también positivas. Por el contrario, si la valoración hacia el objeto es negativa, entonces las actitudes que se generan también serán desfavorables.

Así, las actitudes son consideradas un buen predictor de la asimilación de los contenidos, de la motivación, de la memoria y del futuro uso que se haga de la asignatura, lo que en definitiva pueden impedir o facilitar el aprendizaje:

☐ Agrado: Se refiere al sentimiento de ansiedad o temor que el alumno manifiesta ante la asignatura de matemáticas.

☐ Confianza: Es la seguridad en el alumno que provoca la realización de una tarea matemática.

☐ Utilidad: Es el valor que el estudiante otorga a las matemáticas, así como la aplicación que él percibe que tiene la asignatura para su futura vida profesional.

☐ Motivación: Es la actitud que presenta el alumno para resolver una situación que implica el uso de las matemáticas.

☐ Ansiedad: Se refiere al temor o agrado que el estudiante manifiesta ante la asignatura de matemáticas. (Cardoso, Cerecedo, Ramos, 2012)

Metodología

Se inició un proyecto para hacer un seguimiento del desempeño de estudiantes del segundo al cuarto semestre de las carreras de Física, Ciencias Computacionales y Matemáticas Aplicadas, durante su incursión en las asignaturas: Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Álgebra Lineal y Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. En este trabajo solamente se presentan resultados relacionados con las dos primeras, y considerando que han cursado y aprobado Introducción a las Matemáticas.

- Dos profesores (A y B) participan en el proyecto: ambos ofrecen CD y CI.
- Aunque no aplican los mismos instrumentos de evaluación si comparten algunas reactivos, tareas o talleres.
- En reuniones semanales los profesores comentan las notas y observaciones emanadas del trabajo en el aula y el desempeño personal y en equipo de los alumnos.
- Las estrategias didácticas pretenden propiciar la mayor participación (activa) del alumnado, por lo que las exposiciones son evitadas lo mas posible y se trabaja con base a lecturas previas, preguntas y discusiones sobre las mismas, y realización de talleres en el aula y en equipo.
- El docente trata de propiciar un ambiente de confianza y camaradería, procura fomentar la cultura de compartir conocimientos, conforma los equipos los equipos evitando el “amiguismo” e integrando alumnos con diferentes grados de habilidades matemáticas, de comunicación y perfiles distintos.
- Se analizan los trabajos escritos que entrega el alumnado y se guardan evidencias de puntos críticos en aspectos matemáticos, de comunicación y de procedimientos en las soluciones de ejercicios.

Objetivos

1. Identificar los puntos críticos del contenido y situaciones problemáticas de las ua: Cálculo Diferencial, Cálculo Integral.

2. Clasificar y categorizar los puntos críticos de contenidos y las estrategias de enseñanza-aprendizaje identificadas (punto 1), para establecer los obstáculos en las rutas críticas que impiden la maduración del conocimiento matemático, en tiempo y fondo, según lo planteado en los programas educativos (Tronco Común y Etapa básica).

3. Identificar actitudes positivas y negativas ante las dinámicas desarrolladas para cumplir con el programa del curso.

Grupos de estudio

Durante el período 2013-1 se ofertaron tres cursos de Cálculo Diferencial con tres profesores diferentes. En el primer grupo que identificaremos como GA (Grupo A), el 100% de los alumnos se adscribieron a la carrera de Física, en el grupo B (GB), la mayoría se matricularon en Matemáticas Aplicadas, el 16% en física. El tercer grupo (GC), la mayoría de estudiantes pertenecen a la licenciatura en Ciencias Computacionales, un porcentaje (~20%) eran repetidores de las tres licenciaturas.

En el semestre 2013-2, solamente se abrieron dos grupos de Cálculo Integral, el GA y GB.

En el GA se mantuvo básicamente con el 94%. Se observa una actitud de interés hacia la materia, el ambiente en el aula es cálido, hay buena aceptación para el trabajo en equipo y un excelente grado de integración (camaradería) entre los estudiantes.

Al GB, en el que solamente nueve alumnos prevalecen, se integran 11 del GC; así el curso de CI inicia actividades con 20 elementos. Es conveniente aclarar que además del porcentaje de físicos que se mudaron al GA, hubo una deserción del 55% debido a que se abrió la especialidad en Matemáticas en la Normal Superior, lo que no sucedía desde varios años atrás.

Este grupo no solamente no está integrado, sino que los 11 estudiantes de Ciencias Computacionales (CC) consideran que no tienen las bases para tener éxito en la materia, para ellos las ua de matemáticas son materias que lamentablemente deben cursar ya que no creen que sean necesarias para su perfil, tres de ellos son repetidores y han tenido una mala

experiencia en IM y CD; de los 11 alumnos de CC solamente siete son “compañeros de generación”.

En ambos grupos de CI, la calificación individual se asigna con un porcentaje de tres exámenes parciales, un porcentaje de examen final (total), un porcentaje de trabajo y participación en clase, porcentaje de tareas y talleres elaborados. Los alumnos que no alcanzan a exentar, pueden presentar examen ordinario una semana después de término del período de clases.

En la tabla siguiente se resumen las características de los grupos de estudio.

Clasificación	Descripción 2013-1	Descripción 2013-2
Grupo A (GA)	100% alumnos adscritos a la carrera de Física	94% alumnos adscritos a la carrera de Física y 6% alumnos adscritos a la carrera de C. Computacionales
Grupo B (GB)	84 % alumnos adscritos a la carrera de Matemáticas y 16% a la carrera de Física	10% alumnos adscritos a la carrera de Física, 35% alumnos adscritos a la carrera de Matemáticas y 55% a la carrera de C. Computacionales. Del 84%
Grupo C (GC)	Mayoría de alumnos adscritos a la carrera de C. Computacionales y un porcentaje pequeño alumnos repetidores	de los alumnos adscritos a la carrera de Matemáticas en el semestre 2013-1 el 55% desertó

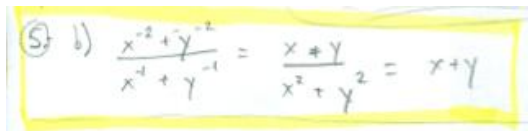
Resultados

Errores algebraicos

1. Cancelación de términos: Tratamiento erróneo en la “simplificación” de expresiones que involucran fracciones racionales: a pesar de tres semestres corrigiendo este error, hay estudiantes que persisten en “dividir término a término” el numerador como si el denominador fuera un monomio. Ejemplo:

$$\frac{x+y}{x^2+y^2} = \frac{1}{x+y} \text{ o bien } \frac{x+y}{xz+z^2} = \frac{y}{z+z^2}$$

Evidencia 1:

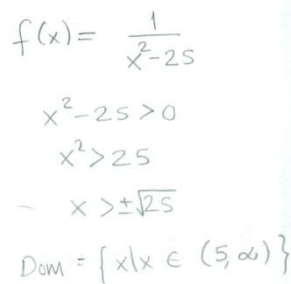


Handwritten student work showing an incorrect simplification of a fraction:

$$\textcircled{5} \text{ b) } \frac{x^2+y^2}{x^2+y^2} = \frac{x+y}{x^2+y^2} = x+y$$

2. Errores de truncamiento: consiste en la omisión de parte de la fórmula o del resultado, (Cervantes, 2007).

Evidencia 2:



Handwritten student work for finding the domain of a function:

$$f(x) = \frac{1}{x^2-25}$$

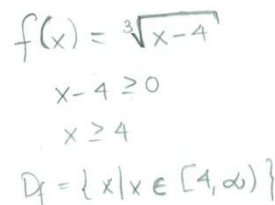
$$x^2-25 > 0$$

$$x^2 > 25$$

$$- x > \pm\sqrt{25}$$

$$\text{Dom} = \{x | x \in (5, \infty)\}$$

Evidencia 3:



Handwritten student work for finding the domain of a function:

$$f(x) = \sqrt[3]{x-4}$$

$$x-4 \geq 0$$

$$x \geq 4$$

$$D_f = \{x | x \in [4, \infty)\}$$

3. Errores de linealización, consiste en operar cualquier función sobre el argumento como si se tratar de la función lineal:

$$f(x+y) = f(x) + f(y)$$

$$f(x+Dx) = f(x) + Dx$$

$$\sqrt{x^2+1} = x+1$$

Evidencias 4:

Handwritten mathematical derivation of the product rule for differentiation:

$$\begin{aligned}
 f(x)g(x) &= g(x) \left[\frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \right] + f(x) \left[\frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \right] \\
 &= g(x) \left[\frac{\Delta f}{\Delta x} \right] + f(x) \left[\frac{\Delta g}{\Delta x} \right] = \boxed{g(x)\Delta f + f(x)\Delta g}
 \end{aligned}$$

Evidencia 5:

Handwritten algebraic simplification of a difference of squares:

$$\begin{aligned}
 d) & (\sqrt{h^2+1} + 1)(\sqrt{h^2+1} - 1) \\
 &= (\sqrt{h^2+1} + 1)(\sqrt{h^2+1} - 1) \\
 &= ((h+1)+1)((h+1)-1) = (h+1)^2 - 1
 \end{aligned}$$

Errores por asociaciones incorrectas

- Argumento de la función: la expresión $f(x)$ resulta confusa si se cambia la literal que denota la variable independiente $f(r)$, peor aún si la función se representa con g o h , en lugar de f . Argumento es otra función (composición de funciones). Las funciones trigonométricas son las que mayor dificultad representa, por ejemplo se confunde $\sin(x^2)$ con $\sin^2(x)$; $\sin(\cos x)$ multiplican
- Manejo de valor absoluto: Es común que al aplicar el valor absoluto a una función se haga tanto al contradominio como al dominio. Ejemplo

$$f = \{(1,3), (-2, -5), (-7,8), (-2, -8), (3, -9)\}; \quad |f| = \{(1,3), (2,5), (7,8), (2,8), (3,9)\}$$

Errores de lenguaje

- Función inversa: hay estudiantes que se refieren a ella como “la contraria” o “la recíproca”
- Uso inadecuado del español
- Falta de organización en sus planteamientos y poca o nula secuencia en sus procedimientos, ¿letra ilegible?

Errores de y por notación

1. Indicar función inversa mediante exponente menos uno (f^{-1}) significa una fuente de error para los estudiantes ya que la confunden den con el recíproco ($\frac{1}{f}$).
2. Uso de la calculadora: al intentar aplicar funciones trigonométricas inversas, nuevamente hay confusión entre el recíproco y la **inversa**. Otro error típico de este tipo es el trabajar indiscriminadamente con grados o radianes.
3. Informalidad al utilizar del lenguaje matemático: por un cambio en la notación, es posible que ya no realicen la operación indicada. Ejemplo:

$$f(x) = \sqrt[3]{(x+4)^4}$$

$$D_x f(x) = (x+4)^{4/3}$$

También se observa que por su deficiente uso de la notación, terminen haciendo errores o, al menos, siendo poco claros en sus trabajos, que de pronto parecen mágicos. Algunos alumnos argumentan que “ahorran pasos”, veamos la siguiente evidencia.

Evidencia 7:

$$h(x) = (x^2+1)(2x-5)^2(3x^4+6)$$

$$h'(x) = \ln(x^2+1) + \ln(2x-5)^2 + \ln(3x^4+6)$$

$$\hookrightarrow \frac{2x}{x^2+1} + \frac{2(2x-5)}{(2x-5)^2} + \frac{12x^3}{3x^4+6}$$

$$\hookrightarrow \frac{2x}{x^2+1} + \frac{2x-5}{2x-5} + \frac{12x^3}{3x^4+6} \circ h(x)$$

Discusión

Esta discusión y la mayoría de las evidencias que se presentan corresponden a los cursos CI, que se llevaron a cabo durante el período 2013-2.

En el GA el porcentaje de aprobación fue de 88%, todos los estudiantes permanecieron en el curso y el promedio general del grupo fue 68.12 sobre 100. Los estudiantes que no obtuvieron calificación aprobatoria (el 12%), presentará extraordinario. El titular del curso

considera que hay una probabilidad alta de que aprueben y tengan los conocimientos idóneos para cursar exitosamente EDO.

La respuesta al trabajo e instrucciones del profesor fueron positivas (cumplimiento con lecturas previas, realización de tareas, etcétera). El ambiente del grupo fue cordial y con amplia comunicación entre los propios estudiantes así como entre estos y el profesor.

El grupo tuvo asignado un asesor, un estudiante de física de séptimo semestre, y los alumnos aprovecharon esta oportunidad, asistiendo dos horas a la semana para resolver dudas.

En el GB 15% de los alumnos estaban "Sin Derecho" a examen ordinario por inasistencia y abandono del curso; el 25% decidieron no presentar el examen final ni el ordinario, por considerar que tenían una baja oportunidad de aprobar, dados los resultados de los exámenes parciales. Del 60% restante, solamente un alumno reprobó y el resto aprobaron el promedio general fue 75.75 sobre 100.

La comunicación que el profesor logró establecer con los alumnos fue buena, también fuera del aula había cordialidad inclusive con estudiantes que habían abandonado. Al finalizar el semestre se notaba una integración entre algunos alumnos de CC con los de MA. Los adscritos a física nunca se integraron y observaron una pésima respuesta al trabajo en equipo principalmente si se les colocaba en equipos distintos; estos alumnos son gemelos, uno de ellos es el lazo de comunicación de su hermano con "el mundo" y ninguno disimulaban su resistencia para trabajar separados.

Si bien los alumnos que desertaron casi al mes del inicio de las clases fueron las de CC, de los cinco que prefirieron No Presentarse al final del semestre dos son estudiantes de MA. Por pláticas informales se reconoce que la decisión de no presentarse obedece a diferentes motivos: los matemáticos no quieren aparecer como reprobados, los de CC se autocalifican como faltos de conocimientos y deciden repetir el curso.

Se detectó una actitud arrogante de algunos miembros del grupo por su estatus como futuros matemáticos, también hubo manifestaciones de hastío por "mucho teoría - querían

integrar e integrar, resolver integrales con varios cambios de variables, calcular el valor numérico de integrales definidas con muchos decimales, etcétera. En general, no aprovecharon al asesor que se les asignó, argumentando problemas de horario.

Como vimos en las evidencias y los tipos de errores encontrados, hay persistencia las deficiencias algebraicas que parecerían inaceptables a este nivel (tercer semestre de licenciatura), sin embargo al confrontar al estudiante ellos mismos detectan la falla, sin necesidad de que el profesor les explique (“ah, no podía eliminar la “equis”; “derivé en lugar de integrar, ¿verdad?”; “es que no es multiplicación sino coseno de la tangente y yo multipliqué”, etcétera).

EL conocer al grupo evitó que los estudiantes busquen a quién “echarle la culpa” cuando no recuerdan algún concepto. En CD se hizo énfasis, por ejemplo, en las condiciones que ha de cumplir una función para ser derivable y los estudiantes ya pueden ellos mismos discutir que “algo” no es derivable. A diferencia del curso anterior, no tan fácilmente caían en “trampas” como por ejemplo cuando se les pide calcular la integral de una función impar en un intervalo simétrico.

Los profesores de ambos grupos consideran que hay madurez en sus grupos y confían en que su trayecto por EDO será menos tortuoso que en las materias previas.

Conclusiones

Si bien hay una riqueza muy grande en las aportaciones que los diferentes profesores otorgan a sus alumnos por su manera personal de razonar, por su habilidades de comunicación, por sus métodos de trabajo, por sus “trucos” y por su experiencia toda, cursar mas de una materia con el mismo profesor puede implicar una pérdida. Sin embargo es innegable que conocer al grupo y conocer al maestro ofrece ventajas importantes.

En el rubro de la comunicación: por una parte estudiantes “ya saben qué quiere el maestro” al responder los exámenes, cómo le gusta que entreguen los trabajos, si va a aceptar tareas extemporáneas, conocen su lenguaje corporal, etcétera. En el caso del profesor, reconoce

qué estudiantes definitivamente no se llevan bien, quiénes son los líderes que pueden apuntalar positiva o negativamente durante una dinámica o en la realización de tareas.

En cuanto a su didáctica, sabe qué estrategias funcionan mejor en el grupo, qué ejercicios son los idóneos para los diferentes estudiantes ante sus diferentes “errores”; en qué tipo de ejercicios hacer mayor énfasis para lograr mejores resultados en el aprendizaje de los estudiantes, inclusive cuáles textos son los que mayormente consulta el grupo y que material complementará mejor los contenidos del curso.

Es pertinente agregar que al conocer al grupo con el que se va a trabajar se corre el riesgo de que se propicie excesiva familiaridad en el aula, de proporcionar al estudiante demasiadas facilidades y “trajes a la medida” de su idiosincrasia, evitando así que los alumnos ensayen transitar por el mundo real, el extrauniversitario, en el que no tendrán consideraciones ni trato especial. Por ello los profesores han tenido el cuidado de reflexionar al respecto y poner en discusión situaciones que consideren de riesgo o paternalistas.

Qué sigue

En el semestre 2014-1 todos los alumnos que aprobaron CI cursarán con el profesor B la asignatura de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Al finalizar el semestre se aplicarán varias pruebas, se comparará el desempeño de este grupo con otros que cursaron la misma materia con el mismo profesor, se realizarán entrevistas con los estudiantes y con docentes de otros cursos (por ejemplo álgebra lineal), y entonces se podrá determinar si trabajar si esta estrategia (tomar un grupo varios semestres) fue benéfica en la formación de los estudiantes en la etapa básica.

Bibliografía

- Cañadas, M. C., Castro, E. (2002) *Errores en la resolución de problemas matemáticos de carácter inductivo*. Fecha de referencia: 20/Diciembre/2013 http://funes.uniandes.edu.co/1618/1/CañadasCastro_Errores.pdf
- Cardoso, E. O. *Evaluación sobre los perfiles de ingreso de los alumnos de los posgrados de administración: Actitudes y experiencias hacia las matemáticas*. Fecha de referencia: 20/Diciembre/2013 <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=56724377021>
- Cervantes, G., Martínez, R. *Sobre algunos errores comunes en desarrollos algebraicos*. Fecha de referencia: 20/Diciembre/2013 <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=85300804>
- Formación Básica, Universidad Autónoma de Baja California. Modelo educativo de la UABC. Disponible en: <http://www.uabc.mx/formacionbasica/modeloedu.htm>. Fecha de acceso: octubre 11 de 2012.